

CHƯƠNG



CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO MỨC ĐỘ PHÂN TÁN CỦA MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM

BÀI. KHOẢNG BIẾN THIÊN VÀ KHOẢNG TỨ PHÂN VỊ



HỆ THỐNG BÀI TẬP CÂU HỎI 4 MỆNH ĐỀ TRẢ LỜI ĐÚNG/SAI.

Câu 1: Khảo sát về điểm kiểm tra môn Toán của học sinh lớp 12A ta có mẫu số liệu như sau:

Điểm	$[0; 3,5)$	$[3,5; 5)$	$[5; 6,5)$	$[6,5; 8)$	$[8; 10]$
Số học sinh	3	8	10	14	5

- a) Có 40 bạn tham gia khảo sát.
 b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là 10.
 c) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là $\frac{77}{16}$.
 d) Khoảng tứ phân vị bằng $\frac{209}{28}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

Số học sinh tham gia khảo sát là $3 + 8 + 10 + 14 + 5 = 40$.

Khoảng biến thiên là $10 - 0 = 10$.

Tứ phân vị thứ nhất là $Q_1 = 3,5 + \frac{\frac{1}{4} \cdot 40 - 3}{8} (5 - 3,5) = \frac{77}{16}$.

Tứ phân vị thứ ba là $Q_3 = 6,5 + \frac{\frac{3}{4} \cdot 40 - 21}{14} (8 - 6,5) = \frac{209}{28}$.

Suy ra khoảng tứ phân vị là $\frac{209}{28} - \frac{77}{16} = \frac{297}{112}$.

Câu 2: Khảo sát về thời gian sử dụng điện thoại trong 1 ngày của một nhóm học sinh, ta thu được mẫu số liệu như sau:

Thời gian (phút)	$[0; 60)$	$[60; 120)$	$[120; 180)$	$[180; 240)$	$[240; 300]$
Số học sinh	8	10	12	6	4

- a) Có 40 bạn tham gia khảo sát.
 b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là 60.

c) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là 72.

d) Khoảng tứ phân vị bằng 110.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

Số học sinh tham gia khảo sát là $8 + 10 + 12 + 6 + 4 = 40$.

Khoảng biến thiên là $300 - 0 = 300$.

Tứ phân vị thứ nhất là $Q_1 = 60 + \frac{\frac{1}{4} \cdot 40 - 8}{10} (120 - 60) = 72$.

Tứ phân vị thứ ba là $Q_3 = 180 + \frac{\frac{3}{4} \cdot 40 - 30}{6} (240 - 180) = 180$.

Suy ra khoảng tứ phân vị là $180 - 72 = 108$.

Câu 3: Khảo sát về thu nhập của công nhân 2 nhà máy, ta có bảng số liệu như sau (đơn vị: triệu đồng).

Thu nhập	[5; 8)	[8; 11)	[11; 14)	[14; 17)	[17; 20)
Số người của nhà máy A	20	35	45	35	20
Số người của nhà máy B	17	23	30	23	17

a) Khoảng biến thiên thu nhập của cả hai nhà máy là 15.

b) Khoảng tứ phân vị thu nhập của nhà máy A là $\frac{81}{14}$.

c) Khoảng tứ phân vị thu nhập của nhà máy B là $\frac{119}{23}$.

d) Thu nhập của nhà máy A biến động nhiều hơn nhà máy **B.**

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------

Khoảng biến thiên thu nhập của cả hai nhà máy là $20 - 5 = 15$.

*** Nhà máy A**

Tứ phân vị thứ nhất là $Q_1 = 8 + \frac{\frac{1}{4} \cdot 155 - 20}{35} (11 - 8) = \frac{269}{28}$.

Tứ phân vị thứ ba là $Q_3 = 14 + \frac{\frac{3}{4} \cdot 155 - 100}{35} (17 - 14) = \frac{431}{28}$.

Suy ra khoảng tứ phân vị là $\frac{431}{28} - \frac{269}{28} = \frac{81}{14} \approx 5,79$.

*** Nhà máy B**

$$\text{Tứ phân vị thứ nhất là } Q_1 = 8 + \frac{\frac{1}{4} \cdot 100 - 17}{23} (11 - 8) = \frac{208}{23}.$$

$$\text{Tứ phân vị thứ ba là } Q_3 = 14 + \frac{\frac{3}{4} \cdot 100 - 70}{23} (17 - 14) = \frac{337}{23}.$$

$$\text{Suy ra khoảng tứ phân vị là } \frac{337}{23} - \frac{208}{23} = \frac{119}{23} \approx 5,18.$$

a) Đúng: Khoảng biến thiên thu nhập của cả hai nhà máy là 15.

b) Đúng: Khoảng tứ phân thu nhập của nhà máy A là $\frac{81}{14}$.

c) Đúng: Khoảng tứ phân thu nhập của nhà máy B là $\frac{119}{23}$.

d) Đúng: Vì khoảng tứ phân vị của nhà máy A lớn hơn nên thu nhập của công nhân nhà máy A biến động nhiều hơn.

Câu 4: Lương tháng của một số nhân viên một văn phòng được ghi lại như sau (đơn vị: triệu đồng):

Lương tháng (triệu đồng)	[6;8)	[8;10)	[10;12)	[12;14)
Số nhân viên	3	6	8	7

a) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu $Q_1 = 9$

b) Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu $Q_2 = 10,75$

c) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu $Q_3 = 13,5$

d) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu 2

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

Gọi $x_1; x_2; x_3; \dots; x_{24}$ lần lượt là số nhân viên theo thứ tự không gian.

Do $x_1, \dots, x_3 \in [6;8); x_4, \dots, x_9 \in [8;10); x_{10}, \dots, x_{17} \in [10;12); x_{18}, \dots, x_{24} \in [12;14)$

Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu là $\frac{1}{2}(x_{12} + x_{13})$ thuộc nhóm [10;12) nên tứ phân vị thứ hai của

$$\text{mẫu số liệu là } Q_2 = 10 + \frac{\frac{24}{2} - 9}{8} (12 - 10) = 10,75.$$

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu là $\frac{1}{2}(x_6 + x_7)$ thuộc nhóm [8;10) nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là 9.

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu là $\frac{1}{2}(x_{18} + x_{19})$ thuộc nhóm [12;14) nên tứ phân vị thứ ba của

$$\text{mẫu số liệu là } Q_3 = 12 + \frac{\frac{3.24}{4} - 17}{7} (14 - 12) = 12,3.$$

a) Đúng. Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu $Q_1 = 9$

b) Đúng. Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu $Q_2 = 10,75$

c) Sai. Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu $Q_3 = 13,5$

d) Đúng. Khoảng biến thiên của mẫu số liệu 2

Câu 5: Kiểm tra điện lượng của một số viên pin tiêu do một hãng sản xuất thu được kết quả sau:

Điện lượng (nghìn mAh)	[0,9;0,95)	[0,95;1,0)	[1,0;1,05)	[1,05;1,1)	[1,1;1,15)
Số viên pin	10	20	35	15	5

a) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu $Q_1 = 0,58$

b) Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu $Q_2 = 1,02$

c) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu $Q_3 = 1,1$

d) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu 0,05

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

Gọi $x_1; x_2; x_3; \dots; x_{85}$ lần lượt là số viên pin theo thứ tự không gian.

Do $x_1, \dots, x_{10} \in [0,9;0,95); x_{11}, \dots, x_{30} \in [0,95;1,0); x_{31}, \dots, x_{65} \in [1,0;1,05).$

$x_{66}, \dots, x_{80} \in [1,05;1,1); x_{81}, \dots, x_{85} \in [1,1;1,15).$

Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu là $\frac{1}{2}(x_{42} + x_{43})$ thuộc nhóm [1,0;1,05) nên tứ phân vị thứ hai

$$\text{của mẫu số liệu là } Q_2 = 1,0 + \frac{\frac{85}{2} - 30}{35} (1,05 - 1,0) = 1,02.$$

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu là $\frac{1}{2}(x_{21} + x_{22})$ thuộc nhóm [0,95;1,0) nên tứ phân vị thứ

$$\text{nhất của mẫu số liệu là } Q_1 = 0,95 + \frac{\frac{85}{2} - 10}{20} (1,0 - 0,95) = 0,98.$$

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu là $\frac{1}{2}(x_{63} + x_{64})$ thuộc nhóm [1,0;1,05) nên tứ phân vị thứ ba

$$\text{của mẫu số liệu là } Q_3 = 1,0 + \frac{\frac{3.85}{4} - 30}{35} (1,05 - 1,0) = 1,048.$$

- a) Đúng. Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu $Q_1 = 0,58$
- b) Đúng. Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu $Q_2 = 1,02$
- c) Sai. Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu $Q_3 = 1,1$
- d) Đúng. Khoảng biến thiên của mẫu số liệu $0,05$

Câu 6: Cân nặng của lợn con giống A và giống B được thống kê như bảng sau:

Cân nặng (kg)	[1, 0; 1, 1)	[1, 1; 1, 2)	[1, 2; 1, 3)	[1, 3; 1, 4)
Số con giống A	8	28	32	17
Số con giống B	13	14	24	14

- a) Trung vị của mẫu số liệu lợn con giống A là $M_A = 1,22$
- b) Trung vị của mẫu số liệu lợn con giống B là $M_B = 1,223$.
- c) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là $Q_{1A} = 1,15$.
- d) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là $Q_{1B} = 1,12$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

-Gọi $x_1; x_2; x_3; \dots; x_{85}$ lần lượt là số lợn con giống A theo thứ tự không gian

Do $x_1, \dots, x_8 \in [1, 0; 1, 1); x_9, \dots, x_{36} \in [1, 1; 1, 2); x_{37}, \dots, x_{68} \in [1, 2; 1, 3); x_{69}, \dots, x_{85} \in [1, 3; 1, 4)$

Trung vị của mẫu số liệu lợn con giống A thuộc nhóm $[1, 2; 1, 3)$

$$M_A = 1,2 + \frac{\frac{85}{2} - 36}{32} \cdot (1,3 - 1,2) = 1,22$$

Gọi $y_1; y_2; y_3; \dots; y_{65}$ lần lượt là số lợn con giống B theo thứ tự không gian.

Do $y_1, \dots, y_{13} \in [1, 0; 1, 1); y_{14}, \dots, y_{27} \in [1, 1; 1, 2); y_{28}, \dots, y_{51} \in [1, 2; 1, 3); y_{52}, \dots, y_{65} \in [1, 3; 1, 4)$

Trung vị của mẫu số liệu lợn con giống B thuộc nhóm $[1, 2; 1, 3)$.

$$M_B = 1,2 + \frac{\frac{65}{2} - 27}{24} \cdot (1,3 - 1,2) = 1,223.$$

Vậy cân nặng trung bình của lợn con giống A nhỏ hơn giống B

-Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu giống A là $\frac{1}{2}(x_{21} + x_{22})$ thuộc nhóm $[1, 1; 1, 2)$ nên tứ phân

$$\text{vị thứ nhất của mẫu số liệu là } Q_{1A} = 1,1 + \frac{\frac{85}{4} - 8}{28} (1,2 - 1,1) = 1,15.$$

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu giống B là $\frac{1}{2}(y_{16} + y_{17})$ thuộc nhóm [1,1;1,2) nên tứ phân

vị thứ nhất của mẫu số liệu là $Q_{1B} = 1,1 + \frac{\frac{65}{2} - 13}{14}(1,2 - 1,1) = 1,12$.

a) Đúng. Trung vị của mẫu số liệu lợn con giống A là $M_A = 1,22$

b) Đúng. Trung vị của mẫu số liệu lợn con giống B là $M_B = 1,223$.

c) Sai. Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là $Q_{1A} = 1,15$.

d) Sai. Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là $Q_{1B} = 1,12$.

Câu 7: Cân nặng (kg) của 35 người trưởng thành tại một khu dân cư được cho như sau:

43 51 47 62 48 40 50 62 53 56 40 48 56 53 50 42 55
52 48 46 45 54 52 50 47 44 54 55 60 63 58 55 60 58 53.

Hãy chuyển mẫu số liệu sang dạng ghép nhóm với sáu nhóm có độ dài bằng nhau.

Chọn khẳng định đúng, sai?

a) Chuyển mẫu số liệu sang dạng ghép nhóm với sáu nhóm có độ dài bằng nhau, ta có mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Cân nặng	[40;44)	[44;48)	[48;52)	[52;56)	[56;60)	[60;64)
Số người	4	5	7	10	4	5

b) Giá trị nhỏ nhất là 40,

c) Giá trị lớn nhất là 62.

d) Khoảng biến thiên là 22.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

Giá trị nhỏ nhất là 40.

Giá trị lớn nhất là 63.

Khoảng biến thiên là $63 - 40 = 23$.

Để cho đối xứng, ta chọn đầu mút trái của nhóm đầu tiên là 40 và đầu mút phải của nhóm cuối cùng là 64 ta được các nhóm là [40;44), [44;48), [48;52), [52;56), [56;60) và [60;64).

Đếm số giá trị thuộc mỗi nhóm, ta có mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Cân nặng	[40;44)	[44;48)	[48;52)	[52;56)	[56;60)	[60;64)
Số người	4	5	7	10	4	5

Vậy:

a) đúng vì thỏa yêu cầu bài toán.

b) đúng vì giá trị nhỏ nhất là 40.

c) sai vì giá trị lớn nhất là 63.

d) sai vì khoảng biến thiên là $63 - 40 = 23$.

Câu 8: Điểm thi môn Toán (thang điểm 100, điểm được làm tròn đến 1) của 60 thí sinh được cho trong bảng sau:

Điểm	0 - 9	10 - 19	20 - 29	30 - 39	40 - 49
Số thí sinh	1	2	4	6	15
Điểm	50 - 59	60 - 69	70 - 79	80 - 89	90 - 99
Số thí sinh	12	10	6	3	1

a) Hiệu chỉnh để thu được mẫu số liệu ghép nhóm được bảng:

Điểm	[0;10)	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50)	[50;60)	[60;70)	[70;80)	[80;90)	[90;100)
Số thí sinh	1	2	4	6	15	12	10	6	3	1

b) Cỡ mẫu $n = 60$

c) Tứ phân vị thứ hai Q_2 là 41.33.

d) Khoảng tứ phân vị là 23.67.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
----------------	----------------	---------------	----------------

Hiệu chỉnh để thu được mẫu số liệu ghép nhóm được bảng:

Điểm	[0;10)	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50)	[50;60)	[60;70)	[70;80)	[80;90)	[90;100)
Số thí sinh	1	2	4	6	15	12	10	6	3	1

Cỡ mẫu $n = 60$

Tứ phân vị thứ nhất Q_1 là $\frac{x_{15} + x_{16}}{2}$. Do x_{15}, x_{16} đều thuộc nhóm [40;50) nên nhóm này chứa Q_1 .

Do đó, $p = 5; a_5 = 40, m_5 = 15, m_1\} + m_2 + m_3 + m_4 = 1 + 2 + 4 + 6 = 13, 4$

$$4a_6 - a_5 = 10 \text{ và ta có: } Q_1 = 40 + \frac{\frac{60}{4} - 13}{15} \times 10 = 41.33$$

Tứ phân vị thứ hai tức M_e là $\frac{x_{30} + x_{31}}{2}$. Do x_{30}, x_{31} đều thuộc nhóm [50;60) nên nhóm này chứa M_e .

Do đó, $p = 6; a_6 = 50, m_6 = 12$ $m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5 = 1 + 2 + 4 + 6 + 15 = 28$ $a_7 - a_6 = 10$ và ta

$$\text{có: } M_e = 50 + \frac{\frac{60}{2} - 28}{12} \times 10 = 51.67$$

Tứ phân vị thứ ba Q_3 là $\frac{x_{45} + x_{46}}{2}$. Do x_{45}, x_{46} đều thuộc nhóm $[60; 70)$ nên nhóm này chứa Q_3 .

Do đó, $p = 7; a_7 = 60, m_7 = 10$ $m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6 = 1 + 2 + 4 + 6 + 15 + 12 = 40$

$$a_8 - a_7 = 10 \text{ và ta có: } Q_3 = 60 + \frac{\frac{60 \times 3}{4} - 40}{10} \times 10 = 65$$

Tứ phân vị thứ hai tức M_e là $\frac{x_{30} + x_{31}}{2}$. Do x_{30}, x_{31} đều thuộc nhóm $[50; 60)$ nên nhóm này chứa

M_e . Do đó, $p = 6; a_6 = 50, m_6 = 12$

$$m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5 = 1 + 2 + 4 + 6 + 15 = 28$$

$$a_7 - a_6 = 10 \text{ và ta có: } Q_3 = 60 + \frac{\frac{60 \times 3}{4} - 40}{10} \times 10 = 65$$

Vậy:

Đáp án A đúng vì thỏa yêu cầu bài toán.

Đáp án B đúng.

Đáp án C sai vì tứ phân vị thứ hai tức M_e là 51.67.

Đáp án D đúng vì khoảng biến thiên là $65 - 51.67 = 13.33$.

Câu 9: Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

a) Giá trị đại diện của nhóm $[20; 40)$ là 30.

b) Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là $[20; 40)$.

c) Nhóm chứa trung vị là $[20; 40)$.

d) Khoảng biến thiên là 22.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) đúng.

b) đúng vì: Cỡ mẫu $n = 42$.

Tứ phân vị thứ nhất Q_1 là $\frac{x_{10} + x_{11}}{2}$.

Do x_{11}, x_{12} đều thuộc nhóm $[20; 40)$ nên nhóm này chứa Q_1

c) sai vì trung vị M_e là $\frac{x_{21} + x_{22}}{2}$. Do x_{21}, x_{22} đều thuộc nhóm $[40;60)$ nên nhóm này chứa trung vị.

d) sai vì khoảng biến thiên là $100 - 0 = 100$.

Câu 10: Dựa vào bảng tần số mẫu số liệu ghép nhóm sau, hãy tìm tứ phân vị của nó.

Nhóm	[30;40)	[40;50)	[50;60)	[60;70)	[70;80)	[80;90)
Tần số	2	10	16	8	2	2

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 40$.		
b)	Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là 60		
c)	Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_2 = 45$		
d)	Khoảng tứ phân vị của mẫu là 12,5		

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

+ Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 40$.

+ Khoảng biến thiên của mẫu: $90 - 30 = 60$.

Gọi $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{40}$ là mẫu số liệu được xếp theo thứ tự không giảm.

Trung vị của mẫu số liệu: $\frac{x_{20} + x_{21}}{2} \in [50;60)$.

Ta có: $n_m = 16; C_2 = 2 + 10 = 12; u_m = 50; u_{n+1} = 60$.

Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm cũng là trung vị của mẫu số liệu đó là:

$$Q_2 = M_e = 50 + \frac{\frac{40}{2} - 12}{16} (60 - 50) = 55$$

Xét nửa mẫu số liệu bên trái $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{20}$ có trung vị $\frac{x_{10} + x_{11}}{2} \in [40;50)$.

Ta có: $n_i = 10; C_1 = 2; u_i = 40; u_{i+1} = 50$.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_1 = 40 + \frac{\frac{40}{4} - 2}{10} (50 - 40) = 48$$

Xét nửa mẫu số liệu bên phải $x_{21}, x_{22}, x_{23}, \dots, x_{40}$ có trung vị $\frac{x_{30} + x_{31}}{2} \in [60;70)$.

Ta có: $n_j = 8; C_3 = 2 + 10 + 16 = 28; u_j = 60; u_{j+1} = 70$.

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_3 = 60 + \frac{\frac{3.40}{4} - 28}{8} (70 - 60) = 62,5$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

$$\Delta Q = Q_3 - Q_1 = 62,5 - 48 = 13,5.$$

Câu 11: Một hãng xe ô tô thống kê lại số lần gặp sự cố về động cơ của 100 chiếc xe cùng loại sau 2 năm sử dụng đầu tiên ở bảng sau:

Số lần gặp sự cố	[1; 2]	[3; 4]	[5; 6]	[7; 8]	[9; 10]
Số xe	17	33	25	20	5

- a) Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 100$.
- b) Số trị trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\bar{x} = 4,76$.
- c) Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_2 = 4,5$.
- d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm nhỏ hơn 5,4.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
----------------	----------------	----------------	---------------

+ Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 100$.

+ Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{17.1,5 + 33.3,5 + 25.5,5 + 20.7,5 + 5.9,5}{100} = 4,76.$$

Số lần gặp sự cố là số nguyên nên ta có thể sử dụng bảng tần số ghép nhóm sau:

Số lần gặp sự cố	[0, 5; 2, 5)	[2, 5; 4, 5)	[4, 5; 6, 5)	[6, 5; 8, 5)	[8, 5; 10, 5)
Số xe	17	33	25	20	5

Gọi $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{100}$ là mẫu số liệu được xếp theo thứ tự không giảm.

Trung vị của của mẫu số liệu là $\frac{x_{50} + x_{51}}{2}$ với $x_{50} \in [2, 5; 4, 5), x_{51} \in [4, 5; 6, 5)$.

Suy ra tứ phân vị thứ hai cũng là trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_2 = 4,5. \text{ Xét nửa mẫu số liệu bên trái } x_1, x_2, x_3, \dots, x_{50} \text{ có trung vị } \frac{x_{25} + x_{26}}{2} \in [2, 5; 4, 5).$$

Ta có: $n_m = 33; C = 17; u_{m+1} = 4,5; u_m = 2,5$.

Vì vậy, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_1 = 2,5 + \frac{\frac{100}{4} - 17}{33} (4,5 - 2,5) = \frac{197}{66} \approx 2,98$$

Xét nửa mẫu số liệu bên phải $x_{51}, x_{52}, \dots, x_{100}$ có trung vị

$\frac{x_{75} + x_{76}}{2}$ với $x_{75} \in [4,5;6,5)$, $x_{76} \in [6,5;8,5)$ nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm

$$Q_3 = 6,5$$

Vậy các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_1 \approx 2,98; Q_2 = 4,5; Q_3 = 6,5 \Rightarrow \Delta Q = 6,5 - 2,98 = 3,52.$$

Câu 12: Hãy tìm các tứ phân vị của mẫu số liệu được cho dưới dạng bảng tần số ghép nhóm sau:

Nhóm	[0; 2)	[2; 4)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)
Tần số	3	8	12	12	4

a) Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 38$.

b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu bằng 8.

c) Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_2 \approx 5,42$.

d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhỏ hơn 3,5.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
--------	--------	---------	--------

Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 3 + 8 + 12 + 12 + 4 = 39$.

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{39}$ là mẫu số liệu được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Trung vị của mẫu số liệu này là $x_{20} \in [4; 6)$.

Ta có: $n_m = 12; C_2 = 3 + 8 = 11; u_m = 4; u_{m+1} = 6$.

Tứ phân vị thứ hai chính là trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_2 = M_e = 4 + \frac{\frac{39}{2} - 11}{12} (6 - 4) = \frac{65}{12} \approx 5,42.$$

Xét nửa mẫu số liệu bên trái $x_1, x_2, \dots, x_{19}$ có trung vị $x_{10} \in [2; 4)$.

Ta có: $n_l = 8; C_1 = 3; x_l = 2; x_{l+1} = 4$. Suy ra tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là:

$$Q_1 = 2 + \frac{\frac{39}{4} - 3}{8} (4 - 2) = \frac{59}{16} \approx 3,69.$$

Xét nửa mẫu số liệu bên phải $x_{21}, x_{22}, \dots, x_{39}$ có trung vị $x_{30} \in [6; 8)$.

Ta có: $n_j = 12; C_3 = 3 + 8 + 12 = 23; x_j = 6; x_j = 8$.

Suy ra tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là: $Q_3 = 6 + \frac{\frac{3.39}{12} - 23}{12} (8 - 6) = \frac{169}{24} \approx 7,04$.

Vậy các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_1 \approx 3,69; Q_2 = 5,42; Q_3 = 7,04 \Rightarrow \Delta Q = 7,04 - 3,69 = 3,53.$$

Câu 13: Một hãng ô tô thống kê lại số lần gặp sự cố về động cơ của 100 chiếc xe cùng loại sau 2 năm sử dụng đầu tiên ở bảng sau:

Số lần gặp sự cố	$[0, 5; 2,5)$	$[2,5; 4,5)$	$[4,5; 6,5)$	$[6,5; 8,5)$	$[8,5; 10,5)$
Số xe	17	33	25	20	5

a) Tứ phân vị thứ nhất $Q_1 = 2,98$

b) Tứ phân vị thứ hai $Q_2 = 6,5$

c) Tứ phân vị thứ ba $Q_3 = 7,5$

d) Khoảng tứ phân vị $\Delta Q = 3,52$

Lời giải

a) Đúng: $Q_1 = 2,5 + \frac{\frac{1.100}{4} - 17}{33} \cdot (4,5 - 2,5) = \frac{197}{66} \approx 2,98$.

b) Sai: Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{100}$ là $\frac{1}{2}(x_{50} + x_{51})$.

Do $x_{50} \in [2,5; 4,5)$ và $x_{51} \in [4,5; 6,5)$ nên tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là $Q_2 = 4,5$.

c) Sai: Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{100}$ là $\frac{1}{2}(x_{75} + x_{76})$.

Do $x_{75} \in [4,5; 6,5)$ và $x_{76} \in [6,5; 8,5)$ nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là $Q_3 = 6,5$.

d) Đúng: Khoảng tứ phân vị $\Delta Q = Q_3 - Q_1 = 3,52$

Câu 14: Bảng số liệu thống kê cân nặng của 40 học sinh lớp 12A trong một trường trung học phổ thông (đơn vị: kilôgam) được ghi lại như sau

Nhóm	Tần số
$[30 ; 40)$	2
$[40 ; 50)$	10
$[50 ; 60)$	16
$[60 ; 70)$	8
$[70 ; 80)$	2
$[80 ; 90)$	2

- a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là $R = 60$
 b) Tứ phân vị thứ hai $Q_2 = 55$
 c) Tứ phân vị thứ ba $Q_3 = 62$
 d) Khoảng tứ phân vị $\Delta Q = 14,5$

Lời giải

- a) Đúng: $R = 90 - 30 = 60$.
 b) Sai: $Q_2 = M_e = 50 + \left(\frac{20-12}{16} \right) \cdot 10 = 55 \text{ (kg)}$.
 c) Sai: $Q_3 = 60 + \left(\frac{30-28}{8} \right) \cdot 10 = 62,5 \text{ (kg)}$.
 d) Đúng: Khoảng tứ phân vị $\Delta Q = Q_3 - Q_1 = 14,5$

Câu 15: Cho bảng tần số ghép nhóm. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

Nhóm	Tần số
[40;45)	4
[45;50)	11
[50;55)	7
[55;60)	8
[60;65)	8
[65;70)	2

- a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là $R = 30$
 b) Tứ phân vị thứ hai $Q_2 = 47$
 c) Tứ phân vị thứ ba $Q_3 = 61$
 d) Khoảng tứ phân vị $\Delta Q = 6,43$

Lời giải

- a) Đúng: $R = 70 - 40 = 30$.
 b) Sai: $Q_2 = r + \left(\frac{\frac{n}{2} - cf_{k-1}}{n_k} \right) \cdot d = 50 + \left(\frac{20-15}{7} \right) \cdot 5 = 53,57$
 c) Sai: $Q_3 = t + \left(\frac{\frac{3n}{4} - cf_{q-1}}{n_q} \right) \cdot l = 55 + \left(\frac{30-22}{8} \right) \cdot 5 = 60$.
 e) Đúng: Khoảng tứ phân vị $\Delta Q = Q_3 - Q_1 = 6,43$

Câu 16: Bạn Trang thống kê lại chiều cao (đơn vị: cm) của các bạn học sinh nữ lớp 12C và lớp 12D ở bảng sau.

Chiều cao (cm) Lớp	[155; 160)	[160; 165)	[165; 170)	[170; 175)	[175; 180)	[180; 185)
12C	2	7	12	3	0	1
12D	5	9	8	2	1	0

- a) Chiều cao cao nhất của các bạn học sinh trong lớp 12D là 185 (cm)
 b) Khoảng biến thiên của chiều cao của các bạn học sinh nữ lớp 12C là: 30 (cm)
 c) Khoảng biến thiên của chiều cao của các bạn học sinh nữ lớp 12D là: 25 (cm)
 d) Chiều cao của học sinh lớp 12C có độ phân tán bé hơn

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	c) Sai
---------------	----------------	----------------	---------------

Khoảng biến thiên của chiều cao của các bạn học sinh nữ lớp 12C là: $185 - 155 = 30$ (cm)

Khoảng biến thiên của chiều cao của các bạn học sinh nữ lớp 12D là: $180 - 155 = 25$ (cm)

Vậy nếu so sánh theo khoảng biến thiên thì chiều cao của học sinh lớp 12C có độ phân tán lớn hơn

Câu 17: Bảng sau biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm thống kê mức lương của một công ty (đơn vị: triệu đồng).

Nhóm	Tần số
[10;15)	15
[15; 20)	18
[20; 25)	10
[25; 30)	10
[30; 35)	5
[35; 40)	2
	$n = 60$

- a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $R = 30$
 b) Số phần tử của mẫu là $n = 60$
 c) Tứ phân vị thứ nhất là: $Q_1 = 15$
 d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $\Delta_Q = 3$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	c) Sai
----------------	----------------	----------------	---------------

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $R = 40 - 10 = 30$

Số phần tử của mẫu là $n = 60$

Tần số tích lũy của các nhóm lần lượt là $cf_1 = 15, cf_2 = 33, cf_3 = 43, cf_4 = 53, cf_5 = 58, cf_6 = 60$

Ta có: $\frac{n}{4} = \frac{60}{4} = 15$ suy ra nhóm 1 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 15. Xét nhóm 1 là nhóm $[10;15]$ có $s = 10, h = 5, n_1 = 15$

Ta có tứ phân vị thứ nhất là: $Q_1 = s + \left(\frac{15 - cf_0}{n_1} \right) \cdot h = 10 + \left(\frac{15 - 0}{15} \right) \cdot 5 = 15$

Ta có: $\frac{3n}{4} = \frac{3 \cdot 60}{4} = 45$ mà $43 < 45 < 53$ suy ra nhóm 4 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 45. Xét nhóm 4 là nhóm $[25;30]$ có $t = 25, l = 5, n_4 = 10$ và nhóm 3 là nhóm $[20;25]$ có $cf_3 = 43$

Ta có tứ phân vị thứ ba là: $Q_3 = t + \left(\frac{45 - cf_3}{n_4} \right) \cdot l = 25 + \left(\frac{45 - 43}{10} \right) \cdot 5 = 26$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $Q_3 - Q_1 = 26 - 15 = 9$

Câu 18: Bảng sau biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về độ tuổi của cư dân trong một khu phố.

Nhóm	Tần số
$[20;30)$	25
$[30;40)$	20
$[40;50)$	20
$[50;60)$	15
$[60;70)$	14
$[70;80)$	6
	$n = 100$

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $R = 60$

b) Tứ phân vị thứ nhất là: $Q_1 = 35$

c) Tứ phân vị thứ ba là: $Q_3 = \frac{160}{3}$

d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $\Delta_Q = \frac{65}{3}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
----------------	----------------	---------------	----------------

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $R = 80 - 20 = 60$

Số phần tử của mẫu là $n = 100$

Tần số tích lũy của các nhóm lần lượt là $cf_1 = 25, cf_2 = 45, cf_3 = 65, cf_4 = 80, cf_5 = 94, cf_6 = 100$

Ta có: $\frac{n}{4} = \frac{100}{4} = 25$ suy ra nhóm 1 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 25.

Xét nhóm 1 là nhóm $[20;30]$ có $s = 20, h = 10, n_1 = 25$

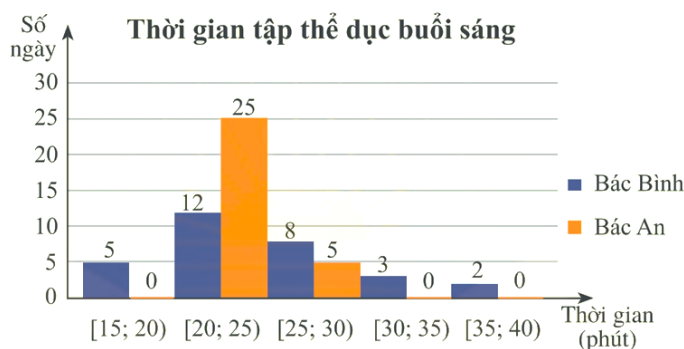
Ta có tứ phân vị thứ nhất là: $Q_1 = s + \left(\frac{25 - cf_0}{n_1} \right) \cdot h = 25 + \left(\frac{25 - 0}{25} \right) \cdot 10 = 35$

Ta có: $\frac{3n}{4} = \frac{3 \cdot 100}{4} = 75$ mà $65 < 75 < 80$ suy ra nhóm 4 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 80. Xét nhóm 4 là nhóm $[50;60]$ có $t = 50, l = 10, n_4 = 15$ và nhóm 3 là nhóm $[40;50]$ có $cf_3 = 65$

Ta có tứ phân vị thứ ba là: $Q_3 = t + \left(\frac{75 - cf_3}{n_4} \right) \cdot l = 50 + \left(\frac{75 - 65}{15} \right) \cdot 10 = \frac{170}{3}$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $Q_3 - Q_1 = \frac{170}{3} - 35 = \frac{65}{3}$

Câu 19: Biểu đồ dưới đây thống kê thời gian tập thể dục buổi sáng mỗi ngày trong tháng 9/2022 của bác Bình và bác An.



a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tập thể dục buổi sáng của bác Bình là 25 (phút).

b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tập thể dục buổi sáng của bác An là: $\Delta_Q = 2$

c) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tập thể dục buổi sáng của bác Bình là: $Q_3' = \frac{455}{16}$

d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tập thể dục buổi sáng mỗi ngày của bác An lớn hơn bác Bình

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

Ta có bảng sau

Thời gian (phút)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)
Bác Bình	5	12	8	3	2
Bác An	0	25	5	0	0

Cỡ mẫu $n = 30$;

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{30}$ là mẫu số liệu gốc về thời gian tập thể dục buổi sáng mỗi ngày của bác An được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1; x_2; \dots; x_{25} \in [20; 25); x_{26}; \dots; x_{30} \in [25; 30)$;

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_8 \in [20; 25)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số

$$\text{liệu ghép nhóm là: } Q_1 = 20 + \frac{\frac{30}{4}}{25} (25 - 20) = \frac{43}{2}$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{23} \in [20; 25)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu

$$\text{ghép nhóm là: } Q_3 = 20 + \frac{\frac{3 \cdot 30}{4}}{25} (25 - 20) = \frac{49}{2}$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 3$

Gọi $y_1; y_2; \dots; y_{30}$ là mẫu số liệu gốc về thời gian tập thể dục buổi sáng mỗi ngày của bác Bình được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $y_1; y_2; \dots; y_5 \in [15; 20); y_6; \dots; y_{17} \in [20; 25); y_{18}; \dots; y_{25} \in [25; 30); y_{26}; y_{27}; y_{28} \in [30; 35)$;

$y_{29}; y_{30} \in [35; 40)$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $y_8 \in [20; 25)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số

$$\text{liệu ghép nhóm là: } Q_1' = 20 + \frac{\frac{30}{4}}{12} (25 - 20) = \frac{185}{8}$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $y_{23} \in [25; 30)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu

$$\text{ghép nhóm là: } Q_3' = 25 + \frac{\frac{3 \cdot 30}{4} - (5 + 12)}{8} (30 - 25) = \frac{455}{16}$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tập thể dục buổi sáng mỗi ngày của bác Bình lớn hơn bác An

Câu 20: Hằng ngày ông Thắng đều đi xe buýt từ nhà đến cơ quan. Dưới đây là bảng thống kê thời gian của 100 lần ông Thắng đi xe buýt từ nhà đến cơ quan.

Thời gian (phút)	[15; 18)	[18; 21)	[21; 24)	[24; 27)	[27; 30)	[30; 33)
Số lượt	22	38	27	8	4	1

a) Cỡ mẫu $n = 100$.

b) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là $Q_1 = \frac{683}{38}$.

c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $\Delta_Q = \frac{515}{114}$

d) Biết rằng trong 100 lần đi trên, chỉ có đúng một lần ông Thắng đi hết hơn 29 phút. Thời gian của lần đi đó là giá trị ngoại lệ của mẫu số liệu ghép nhóm.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	c) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

Cỡ mẫu $n = 100$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{100}$ là mẫu số liệu gốc gồm thời gian 100 lần đi xe buýt của ông Thắng.

Ta có: $x_1, \dots, x_{22} \in [15; 18); x_{23}, \dots, x_{60} \in [18; 21); x_{61}, \dots, x_{87} \in [21; 24); x_{88}, \dots, x_{95} \in [24; 27); x_{96}, \dots, x_{99} \in [27; 30); x_{100} \in [30; 33)$.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{25} + x_{26}) \in [18; 21)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_1 = 18 + \frac{\frac{100}{4} - 22}{38} \cdot (21 - 18) = \frac{693}{38}.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{75} + x_{76}) \in [21; 24)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_3 = 21 + \frac{\frac{3 \cdot 100}{4} - (22 + 38)}{27} \cdot (24 - 21) = \frac{68}{3}.$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\Delta_Q = \frac{68}{3} - \frac{693}{38} = \frac{505}{114}$$

d) Trong lần duy nhất ông Thắng đi hết hơn 29 phút, thời gian đi của ông thuộc nhóm $[30; 33)$.

Vì $Q_3 + 1,5\Delta_Q = \frac{6683}{228} < 30$ nên thời gian của lần ông Thắng đi hết hơn 29 phút là giá trị ngoại lệ của mẫu số liệu ghép nhóm.

Câu 21: Giả sử kết quả khảo sát hai khu vực A và B về độ tuổi kết hôn của một số phụ nữ vừa lập gia đình được cho ở bảng sau:

Tuổi kết hôn	[19; 22)	[22; 25)	[25; 28)	[28; 31)	[31; 34)
Số phụ nữ khu vực A	10	27	31	25	7
Số phụ nữ khu vực B	47	40	11	2	0

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm ứng với khu vực A là: 15 (tuổi)
 b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm ứng với khu vực B là: 12 (tuổi)
 c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm ứng với khu vực A là: $\frac{61}{3}$ (tuổi)
 d) Nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị thì phụ nữ ở khu vực B có độ tuổi kết hôn đồng đều hơn

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	c) Đúng
----------------	----------------	---------------	----------------

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm ứng với khu vực A là: $34 - 19 = 15$ (tuổi)

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm ứng với khu vực B là: $31 - 19 = 12$ (tuổi)

Cỡ mẫu $n = 100$

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{100}$ là mẫu số liệu gốc về độ tuổi kết hôn của phụ nữ ở khu vực A được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1; x_2; \dots; x_{10} \in [19; 22); x_{11}; \dots; x_{37} \in [22; 25); x_{38}; \dots; x_{68} \in [25; 28); x_{69}; \dots; x_{93} \in [28; 31); x_{94}; \dots; x_{100} \in [31; 34)$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{25} + x_{26}) \in [22; 25)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất

của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 = 22 + \frac{\frac{100}{4} - 10}{27} (25 - 22) = \frac{71}{3}$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{75} + x_{76}) \in [28; 31)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của

mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 28 + \frac{\frac{3 \cdot 100}{4} - (10 + 27 + 31)}{25} (31 - 28) = \frac{721}{25}$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{388}{75}$

Gọi $y_1; y_2; \dots; y_{100}$ là mẫu số liệu gốc về độ tuổi kết hôn của phụ nữ ở khu vực B được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $y_1; y_2; \dots; y_{47} \in [19; 22); y_{48}; \dots; y_{87} \in [22; 25); y_{88}; \dots; y_{98} \in [25; 30); y_{99}; y_{100} \in [28; 31)$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(y_{25} + y_{26}) \in [19; 22)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất

$$\text{của mẫu số liệu ghép nhóm là: } Q_1' = 19 + \frac{\frac{100}{47}}{47} (22 - 19) = \frac{968}{47}$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(y_{75} + y_{76}) \in [22; 25)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của

$$\text{mẫu số liệu ghép nhóm là: } Q_3' = 22 + \frac{\frac{3 \cdot 100}{40} - 47}{40} (25 - 22) = \frac{241}{10}$$

Có $\Delta_Q' < \Delta_Q$ nên phụ nữ ở khu vực B có độ tuổi kết hôn đồng đều hơn

Câu 22: Bảng sau thống kê tổng lượng mưa (đơn vị: mm) đo được vào tháng 7 từ năm 2002 đến 2021 tại một trạm quan trắc đặt ở Cà Mau.

341,4	187,1	242,2	522,9	251,4	432,2	200,7	388,6	258,4	288,5
298,1	413,5	413,5	332	421	475	400	305	520	147

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu: 375,9(mm)

b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là: $\Delta_Q = \frac{1827}{100}$

c) Chia mẫu số liệu trên thành 4 nhóm như bảng:

Lượng mưa	[140; 240)	[240; 340)	[340; 440)	[440; 540)
Số tháng	3	7	7	3

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm: 400(mm)

d) Chia mẫu số liệu trên thành 4 nhóm như bảng:

Lượng mưa	[140; 240)	[240; 340)	[340; 440)	[440; 540)
Số tháng	3	7	7	3

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q' = \frac{1000}{7}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	c) Đúng
----------------	---------------	----------------	----------------

a) Sắp xếp lại mẫu số liệu theo thứ tự tăng dần:

147; 187,1; 200,7; 242,2; 251,4; 258,4; 288,5; 298,1; 305; 332; 341,4; 388,6; 400; 413,5; 413,5; 421; 432,2; 475; 520; 522,9.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu: $522,9 - 147 = 375,9(mm)$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là trung vị của 147; 187,1; 200,7; 242,2; 251,4; 258,4; 288,5; 298,1; 305; 332 nên: $Q_1 = \frac{6276}{25}$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là trung vị của 341,4; 388,6; 400; 413,5; 413,5; 421; 432,2; 475; 520; 522,9 nên: $Q_3 = \frac{43281}{100}$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{18177}{100}$

b)

Lượng mưa	[140; 240)	[240; 340)	[340; 440)	[440; 540)
Số tháng	3	7	7	3

c) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm: $540 - 140 = 400(mm)$

Cỡ mẫu $n = 20$;

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{20}$ là mẫu số liệu gốc về lượng mưa đo được vào tháng 7 từ năm 2002 đến 2021 tại một trạm quan trắc đặt ở Cà Mau được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1; \dots; x_3 \in [140; 240); x_4; \dots; x_{10} \in [240; 340); x_{11}; \dots; x_{17} \in [340; 440); x_{18}; \dots; x_{20} \in [440; 540)$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_5 + x_6) \in [240; 340)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất

của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q'_1 = 240 + \frac{\frac{20}{4} - 3}{7}(340 - 240) = \frac{1880}{7}$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{15} + x_{16}) \in [340; 440)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của

mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q'_3 = 340 + \frac{\frac{3.20}{4} - (3+7)}{7}(440 - 340) = \frac{2880}{7}$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta'_Q = Q'_3 - Q'_1 = \frac{1000}{7}$

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm lớn hơn mẫu số liệu; khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm nhỏ hơn mẫu số liệu

Câu 23: Kết quả đo chiều cao của 100 cây keo 3 năm tuổi tại một nông trường được cho ở bảng sau:

Chiều cao (m)	[8, 4; 8, 6)	[8, 6; 8, 8)	[8, 8; 9, 0)	[9, 0; 9, 2)	[9, 2; 9, 4)
Số cây	5	12	25	44	14

a) Khoảng biên thiên của mẫu số liệu ghép nhóm: $1(m)$

b) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 10,5$

c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = 2,06$

d) Trong 100 cây keo trên có 1 cây cao 8,4m. Thì chiều cao của cây keo này là giá trị ngoại lệ

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	c) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

Khoảng biên thiên của mẫu số liệu ghép nhóm: $9,4 - 8,4 = 1(m)$

Cỡ mẫu $n = 100$;

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{100}$ là mẫu số liệu gốc được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có:

$x_1; \dots; x_5 \in [8, 4; 8, 6); x_6; \dots; x_{17} \in [8, 6; 8, 8); x_{18}; \dots; x_{42} \in [8, 8; 9, 0); x_{43}; \dots; x_{86} \in [9, 0; 9, 2);$
 $x_{87}; \dots; x_{100} \in [9, 2; 9, 4)$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{25} + x_{26}) \in [8, 8; 9, 0)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất

của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 = 8,8 + \frac{\frac{100}{4} - (5+12)}{25}(9,0 - 8,8) = 9,44$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{75} + x_{76}) \in [9, 0; 9, 2)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của

mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 9,0 + \frac{\frac{3.100}{4} - (5+12+25)}{44}(9,2 - 9,0) = 10,5$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 1,06$

d) Giá trị x trong mẫu số liệu là giá trị ngoại lệ nếu $x > Q_3 + 1,5\Delta_Q$ hoặc $x < Q_1 - 1,5\Delta_Q$

Hay $x > 10,5 + 1,5.1,06 = 12,09$ hoặc $x < 9,44 - 1,5.1,06 = 7,85$

Vậy cây cao 8,4m không phải là giá trị ngoại lệ

Câu 24: Thống kê điểm trung bình môn Toán của một số học sinh lớp 11 được cho ở bảng sau:

Khoảng điểm	[6,5;7)	[7;7,5)	[7,5;8)	[8;8,5)	[8,5;9)	[9;9,5)	[9,5;10)
Tần số	8	10	16	24	13	7	4

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là $R = 4$

b) Số trung bình của mẫu số liệu xấp xỉ bằng: 8,12

c) Mốt của mẫu số liệu là: 6,21

d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = 2,05$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	c) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

Khoảng điểm	[6,5;7)	[7;7,5)	[7,5;8)	[8;8,5)	[8,5;9)	[9;9,5)	[9,5;10)
Giá trị đại diện	6,75	7,25	7,75	8,25	8,75	9,25	9,75
Tần số	8	10	16	24	13	7	4

Số trung bình của mẫu số liệu xấp xỉ bằng:

$$(6,75.8 + 7,25.10 + 7,75.16 + 8,25.24 + 8,75.13 + 9,25.7 + 9,75.4) : 82 = 8,12$$

Nhóm chứa một của mẫu số liệu là: [8;8,5)

Mốt của mẫu số liệu là:

$$M_0 = 8 + \frac{24-16}{(24-16) + (24-13)} \cdot (8,5-8) = 8,21$$

Gọi $x_1; x_2; x_3; \dots; x_{85}$ lần lượt là tần số theo thứ tự không gian

Do $x_1, \dots, x_8 \in [6,5;7); x_9, \dots, x_{18} \in [7;7,5); x_{19}, \dots, x_{34} \in [7,5;8);$

$x_{35}, \dots, x_{58} \in [8;8,5); x_{59}, \dots, x_{71} \in [8,5;9); \dots$

Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu là $\frac{1}{2}(x_{41} + x_{42})$ thuộc nhóm [8;8,5) nên tứ phân vị thứ hai của

$$\text{mẫu số liệu là } Q_2 = 8 + \frac{\frac{82}{2} - 34}{24} (8,5 - 8) = 8,15$$

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu là $\frac{1}{2}(x_{20} + x_{21})$ thuộc nhóm [7,5;8) nên tứ phân vị thứ nhất

$$\text{của mẫu số liệu là } Q_1 = 7,5 + \frac{\frac{82}{2} - 18}{16} (8 - 7,5) = 7,58$$

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu là $\frac{1}{2}(x_{61} + x_{62})$ thuộc nhóm [8,5;9) nên tứ phân vị thứ ba của

$$\text{mẫu số liệu là } Q_3 = 8,5 + \frac{\frac{3.82}{2} - 58}{13} (9 - 8,5) = 8,63$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = 1,05$

Câu 25: Một công ty cung cấp nước sạch thống kê lượng nước các hộ gia đình trong một khu vực tiêu thụ trong một tháng ở bảng sau:

Lượng nước tiêu thụ (m^3)	[3;6)	[6;9)	[9;12)	[12;15)	[15;18)
Số hộ gia đình	24	57	42	29	8

a) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là 9,375.

b) Mốt của mẫu số liệu là $M_0 = 8,0625$.

c) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là 15

d) Công ty muốn gửi một thông báo khuyến nghị tiết kiệm nước đến 25% các hộ gia đình có lượng nước tiêu thụ cao nhất. Khi đó công ty nên gửi thông báo tiết kiệm nước đến các hộ gia đình có lượng nước tiêu thụ từ $14,79m^3$ nước trở lên.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	c) Sai
---------	---------	---------	--------

Cỡ mẫu $n = 160$.

Bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu trên như sau:

Lượng nước tiêu thụ (m^3)	[3;6)	[6;9)	[9;12)	[12;15)	[15;18)
Giá trị đại diện	4,5	7,5	10,5	13,5	16,5
Số hộ gia đình	24	57	42	29	8

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là

$$\bar{x} = \frac{1}{160} (24 \cdot 4,5 + 57 \cdot 7,5 + 42 \cdot 10,5 + 29 \cdot 13,5 + 8 \cdot 16,5) = 9,375.$$

Nhóm chứa một của mẫu số liệu ghép nhóm trên là nhóm $[6;9)$.

Do đó: $u_m = 6; n_m = 57; n_{m-1} = 24; n_{m+1} = 42; u_{m+1} = 9$.

Mốt của mẫu số liệu là $M_o = 6 + \frac{(57 - 24)}{(57 - 24) + (57 - 42)} \cdot (9 - 6) = 8,0625$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{160}$ là mẫu số liệu được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1, \dots, x_{24} \in [3;6); x_{25}, \dots, x_{81} \in [6;9); x_{82}, \dots, x_{123} \in [9;12);$

$x_{124}, \dots, x_{152} \in [12;15); x_{153}, \dots, x_{160} \in [15;18)$.

Cỡ mẫu $n = 160$ là số chẵn nên trung vị là $M_e = \frac{1}{2} (x_{80} + x_{81})$.

Do x_{80} và x_{81} thuộc nhóm $[6;9)$ nên trung vị của mẫu số liệu là

$$M_e = 6 + \frac{\frac{160}{2} - 24}{57} \cdot (9 - 6) \approx 8,95.$$

d) 25% các hộ gia đình có lượng nước tiêu thụ cao nhất có lượng nước tiêu thụ không nhỏ hơn Q_3 , với Q_3 là tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu.

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{160}$ là $\frac{1}{2} (x_{120} + x_{121})$. Do x_{120} và x_{121} thuộc nhóm

$[9;12)$ nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là $Q_3 = 9 + \frac{\frac{160 \cdot 3}{4} - (24 + 57)}{42} \cdot (12 - 9) \approx 11,79$.

Vậy công ty nên gửi thông báo tiết kiệm nước đến các hộ gia đình có lượng nước tiêu thụ từ $11,79 m^3$ nước trở lên.